Mathématiques 3e - Devoir n° 2 (à rendre le 23 septembre 2011).

<u>Objectif du Devoir :</u> Révisions : *Calcul littéral – Equations – Thalès – Pythagore-pyramide*

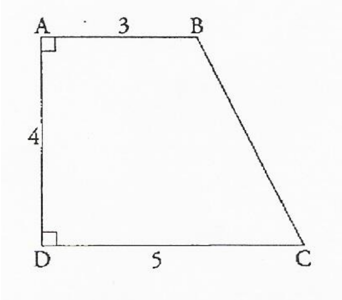
===

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.

La figure ci-contre représente un trapèze ABCD.

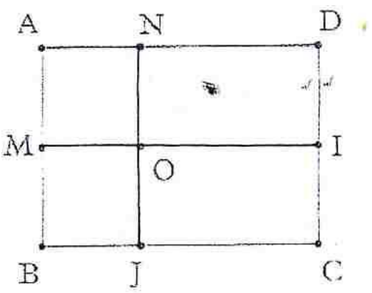
On donne AB = 3 AD = 4 CD = 5. Les droites (AC) et (BD) se coupent en O.



1) Reproduire la figure en vraie grandeur.
   (Conseil : Commencer la figure au centre de la feuille et la compléter au fur et à mesure du problème)
2) Démontrer que le triangle BCD est isocèle.
3) Calculer l'aire du trapèze ABCD.
4) Les droites (AD) et (BC) se coupent en S. Calculer SA puis SB et BC.
5) On considère maintenant la figure comme une partie d'un patron de la pyramide de base ABCD, de sommet S et de hauteur [SA]. Terminer le patron de cette pyramide en prenant soin de coder sur la figure les segments de même longueur.
6) Calculer le volume de cette pyramide.

Exercice 2

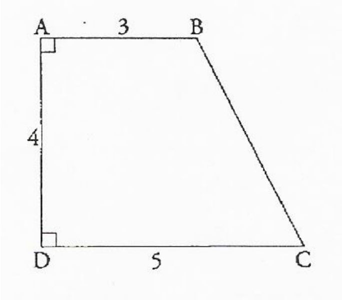
On considère l'expression **E** = $x^2 - (6 - x)(4 - x)$.



1) a) Développer et réduire **E**.
   b) Résoudre **E** = 0.
2) **ABCD** est un rectangle tel que :
   AB = 4cm et **BC** = 6cm.
   Les segments **[MI]** et **[NI]** sont tels que :
   (MI) // **(AD)** ; **(NJ)**//**(AB)** ; et **AMON** est un carré.
   On pose **AM** = x.
   a) Exprimer l'aire du carré **AMON** en fonction de x.
   b) Exprimer les longueurs **OI** et **OJ** en fonction de x.
   c) Exprimer l'aire du rectangle **JOIC** en fonction de x.
3) Déduire des questions précédentes la valeur de x pour laquelle l'aire du carré **AMON** est égale à l'aire du rectangle **JOIC**.

Exercice 1 *(12pt)*

L'unité de longueur est le centimètre.
La figure ci-contre représente un trapèze ABCD.
On donne AB = 3 AD = 4   CD = 5. Les droites (AC) et (BD) se coupent en O.

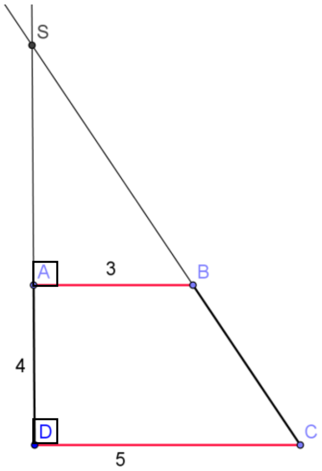


1. Reproduire la figure en vraie grandeur.
   (Conseil : Commencer la figure au centre de la feuille et la compléter au fur et à mesure du problème)

2. Démontrer que le triangle BCD est isocèle. *(2pt)*
   A l'aide du théorème de pythagore appliqué au triangle ABD, rectangle en A, on obtient facilement BD = 5 {le triangle ABD étant un triangle du maçon : 3,4,5}.
   BCD est donc un triangle isocèle en D puisque BD = DC = 5 cm

3. Calculer l'aire du trapèze ABCD. *(2pt)*
   Pour calculer l'aire du trapèze ABCD, il y a plusieurs méthodes : découpages en plusieurs surfaces de ABCD ou application d'une formule « toute faite » pour calculer l'aire d'un trapèze.
   Aire trapèze : $\frac{(grande\,Base + petite\,base) * hauteur}{2}$
   Aire (ABCD) = $\frac{(DC + AB) * AD}{2}$ = $\frac{(5+3)*4}{2}$ =32/2 = **16 cm²**

4. Les droites (AD) et (BC) se coupent en S. Calculer SA puis SB et BC. *(4pt)*



Nous avons une configuration de Thalès :
Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en S
Les droites (AD) et (BC) sont parallèles
Par suite, d'après la propriété directe de thalès, on a :

$\frac{SA}{SD} = \frac{SB}{SC} = \frac{AB}{DC}$; Appelons SA = x

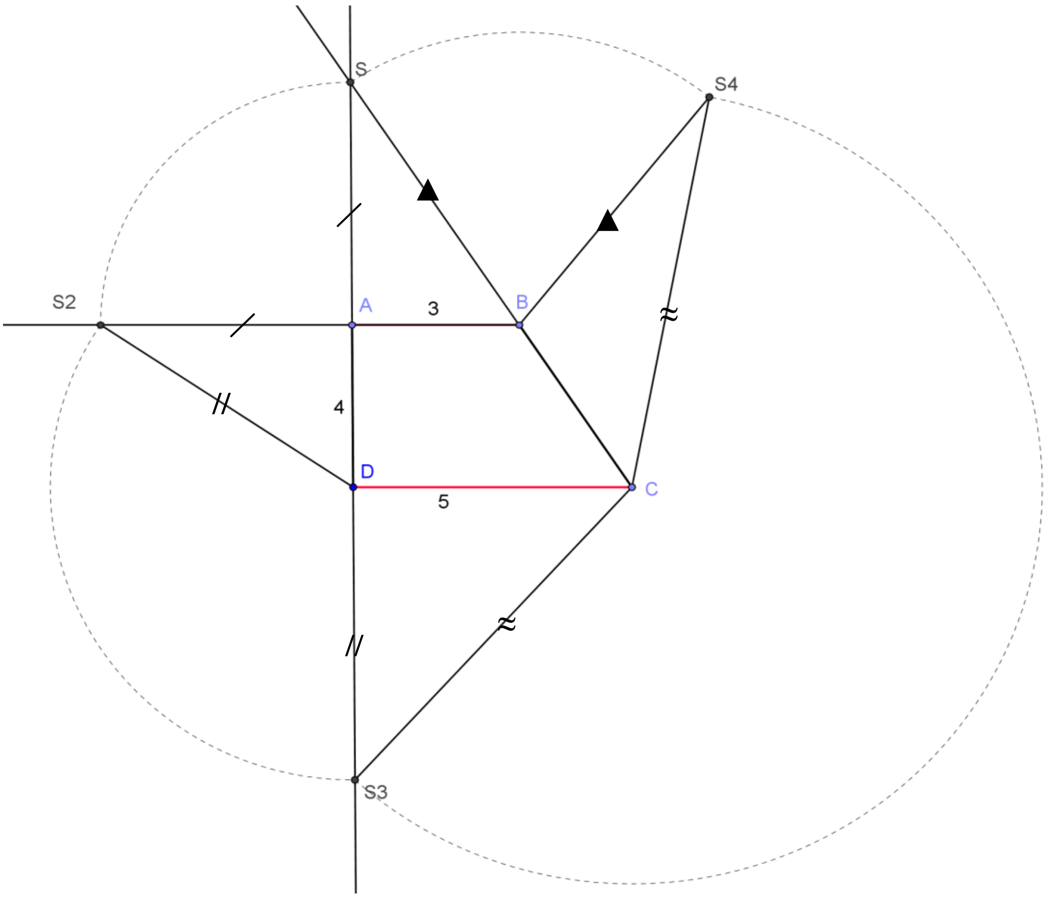
$\frac{x}{x+4} = \frac{SB}{SC} = \frac{3}{5}$ ou $\frac{x}{(x+4)} = \frac{3}{5}$

Le produit en croix donne : 5*x = 3*(x+4)
5x = 3x + 12 qui est une équation du 1^er^ degré à une inconnue
5x -3x = 3x + 12-3x
2x = 12 et x = 12/2 = 6 ; SA = **6 cm** *(2pt)*

Pour calculer SB, on peut utiliser le théorème de pythagore dans le triangle SAB rectangle en A *(on obtient alors SB^2= 45 soit* **SB = $\sqrt{45}$** cm). *(1pt)*

Pour BC, on peut aussi construire le triangle rectangle BCH (avec BH perpendiculaire à (DC) : $BC^2 = 4^2+2^2 = 16 + 4 = 20$; **BC = $\sqrt{20}$** cm *(1pt)*

5. On considère maintenant la figure comme une partie d'un patron de la pyramide de base ABCD, de sommet S et de hauteur [SA]. Terminer le patron de cette pyramide en prenant soin de coder sur la figure les segments de même longueur. *(3pt)*



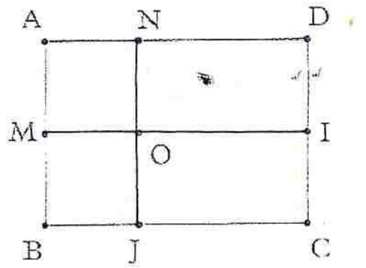
6.Calculer le volume de cette pyramide.

Volume Pyramide = $\frac{aire\ de\ base * hauteur}{3}$ = Aire(ABCD)*SA/3 = 16*6/3 = **32 cm³** *(1pt)*

Exercice 2 *(8pt)*

On considère l'expression $E = x^2 - (6 - x)(4 - x)$.

1) a) Développer et réduire **E**.
   b) Résoudre **E** = 0.
2) **ABCD** est un rectangle tel que :
   AB = 4cm et **BC** = 6cm.
   Les segments **[MI]** et **[NI]** sont tels que :
   (MI)//(AD) ; (NJ)//(AB) ; et **AMON** est un carré.
   On pose **AM** = x.
   a) Exprimer l'aire du carré **AMON** en fonction de x.
   b) Exprimer les longueurs **OI** et **OJ** en fonction de x.
   c) Exprimer l'aire du rectangle **JOIC** en fonction de x.
3) Déduire des questions précédentes la valeur de x pour laquelle l'aire du carré **AMON** est égale à l'aire du rectangle **JOIC**.



1.a E = x² - (24 -6x -4x +x²) = x² - 24 +6x +4x -x² = **10x -24** *(2pt)*

b E = 0 équivaut à 10x -24 = 0 soit 10x = 24 et x = 24/10 = **2,4** *(1pt)*

2.a Aire(AMON) = (coté) ² = **x²** *(0,5pt)*

2.b OI= BC-BJ = **6 - x** *(0,5pt)*

OJ= AB-ON = **4 - x** *(0,5pt)*

2.c Aire(JOIC) = OI*OJ = (6 –x)(4-x) = 24 -6x -4x +x² = **24 -10x +x²** *(2pt)*

3. Aire(AMON) = Aire(JOIC) si x² = (6 –x)(4-x) soit x² - (6 –x)(4-x) = 0

ou **x = 2,4** d'après 1.a-b *(1,5pt)*