MATHÉMATIQUES 3e

Devoirs n° 6 (Algèbre) et n° 7 (géométrie)

Les deux devoirs sont à faire sur des copies différentes. On mettra les copies l'une dans l'autre.
La calculatrice est autorisée et indispensable.
Le soin, la clarté d'expression et de rédaction ainsi que la qualité des constructions et du langage mathématique seront pris en compte.

DURÉE 1h 50.

Devoir n° 6 - ALGEBRE

EX 1. Calcul numérique

Les Relatifs - Les fractions – Calculer :

Écrire A *et* B sous la forme d'une fraction la plus simple possible.
Écrire C sous la forme d'un nombre décimal puis d'une écriture scientifique

1°) $A = \frac{-1}{5} + \frac{3}{4} =$; 2°) $B = \frac{\frac{2}{3}+1}{\frac{4}{5}-\frac{1}{2}} =$; 3°) $C = \frac{6\times10^{3}\times2\times10^{-1}}{5\times10^{4}}$

EX 2. Calcul numérique et littéral

A) *Développer et réduire :*

1°) $(2x + 3)(6 – x) =$; 2°) $(2x + 5)^2 =$; 3 °) $(7 – 2y)^2 =$; 4°) $(x + \frac{1}{3})(x - \frac{1}{3}) =$;

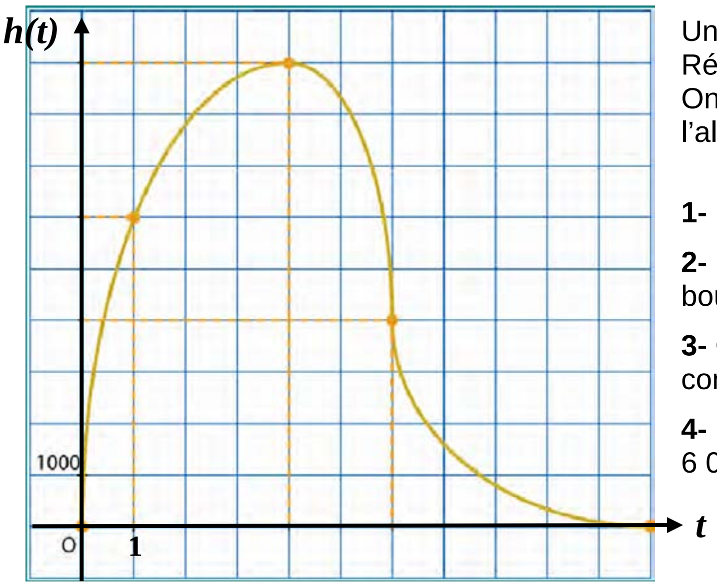
5°) On donne $E = (2x - 1)^2 - (2x - 1)(x - 3)$.

a. Développer et réduire E.
b. Calculer E pour $x = 0$ puis pour $x = (-5)$

B) *Equations :*

Résoudre les équations : 1°) $5x + 7 = 1$; 2°) $4x + 15 = -x + 37$

EX 3. Fonctions



Un avion décolle de Paris pour aller jusqu'à l'île de la Réunion. Le trajet dure 11 *h*.
On a représenté ci-contre la fonction *h* telle que *h*(*t*) est l'altitude *(en mètres)* de l'avion à l'instant *t (en heures).*

1- Détermine *h*(0), *h* (1), *h*(4), *h*(6) et *h*(11).

2- Détermine approximativement l'altitude de l'avion au bout de 3 heures de vol.

3- Quelle a été l'altitude maximale de l'avion ? Au bout de combien d'heures de vol l'altitude a été maximale ?

4- Détermine une valeur approchée des antécédents de 6 000 *m*. A quoi correspondent-ils ?

EX 4. Programme - Calcul littéral - Fonctions

Soit le programme de calcul suivant :

- Je choisi un nombre x
- Je le multiplie par 3
- Je soustrais 5 au résultat
- J'élève au carré le nombre obtenu

1. Quel est le résultat du programme pour x = 2 ?
2. Montrer que le résultat du programme, en fonction de x, est $9x^2 - 30x + 25$
3. Soit f, la fonction, définie par $f(x) = 9x^2 - 30x + 25$.
Calculer $f(0)$; $f(-3)$; $f(\frac{1}{2})$;

Devoir n° 7 - **GEOMETRIE**

EX 1. PYTHAGORE – THALES

1°) Construire un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O, de diamètre [AC] = 80 mm.

2°) Sur le cercle $(\mathcal{C})$ on place un point B tel que AB = 64 mm.
Quelle est la nature du triangle ABC? Justifier.

3°) Montrer que la longueur du côté [BC] est égale à 48 mm.

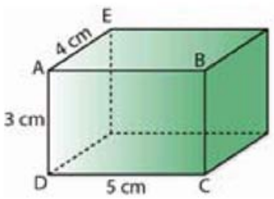
4°) Placer le point E du segment [AB] tel que AE = 36 mm.
Tracer la parallèle à la droite (AC) passant par E; elle coupe le segment [BC] en F.
Calculer EB, BF et EF.

5°) Construire D afin que le quadrilatère ABCD soit un rectangle. Calculer DE et DF.
Le triangle DEF est-il rectangle ?.

EX 2. THALES

Tracer un triangle ABC tel que : AB = 6 cm   AC = 4.8 cm et BC = 8.4cm
Sur la demi-droite [BA) placer le point E tel que BE = 11cm
Sur la demi-droite [CA) placer le point F tel que CF = 8.8cm

1. Calculer AE et AF
2. Démontrer que (EF) est parallèle à (BC)
3. Calculer la longueur du segment [EF]



EX 3. Espace

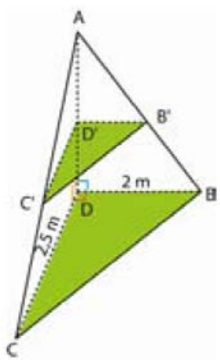
Soit un pavé droit ABCDEFGH tel que:
DC= 5cm ; AD= 3cm ; AE= 4cm

1- a) Calcule l'aire, en cm^2, de la face ABCD.
b) Calcule le volume, en cm^3, du pavé.

Pauline veut construire un pavé dont les dimensions sont cinq fois plus grandes que celles représentées ci-dessus.

2- Quel est le coefficient d'agrandissement que Pauline va utiliser ?

3- a) Déduis-en les dimensions, en cm, du pavé agrandi.
b) Déduis-en l'aire, en cm^2, de la face ABCD agrandie.
c) Déduis-en le volume, en cm^3, du pavé agrandi.



EX 4. Espace – Thalès – agrandissement/réduction

Sur la figure ci-contre, ABCD représente un meuble en verre qui a la forme d'une pyramide ayant pour base un triangle rectangle.
On a : AD = 3 m.
Le triangle BCD qui représente le bas du meuble est au niveau du sol.

1- Calcule, en m^2, l'aire du triangle rectangle BCD *{ BD = 2m ; DC = 2,5m }*

2- Marion veut construire une étagère B'C'D' située à 2 m du sol *(AD' = 1m).*
a) Que peux-tu dire de l'étagère B'C'D' ?
b) Calcule le coefficient de réduction correspondant à la situation décrite dans ce problème.
c) Déduis-en l'aire, en m^2, au centième près, de l'étagère B'C'D'.

Feuille de correction (avec barème) à mettre dans la copie (ne pas coller).

Nom: **Prénom:** **Classe:**

ALGÈBRE

Exercices	Objectifs	Socle		Notation
EX 1	Les relatifs - Les fractions	D1-3 : 0 1	_______	sur 3 *(0,5 + 1 + 1,5)*
EX 2	A) Développer – Réduire ……..........	D1-10 : 0 1	_______	sur 6,5 *(4 x 1 + 1,5 + 1)*
	B) Equations …………...........	D1-9 : 0 1	_______	sur 2,5 *(1 + 1,5)*
EX 3	Fonctions	D2-11 : 0 1	_______	sur 3 *(1 + 0,5 + 0,5 + 1)*
EX 4	Programme-Calcul littéral-Fonctions ..	D1-8 : 0 1	_______	sur 4 *(1 + 1 + 2)*
Qualité de la rédaction	....			sur 1

Total ALGÈBRE .... **sur 20**

GÉOMÉTRIE

Exercices	Objectifs	Socle		Notation
EX 1	Pythagore et Thalès	D3-17 : 0 1	_______	sur 8 (1+1+1+2,5+2,5)
EX 2	Thalès …………………..........	D3-18 : 0 1	_______	sur 3,5 (0,5 + 2 + 1)
EX 3	Espace ………	D3-12 : 0 1	_______	sur 3,5 (1 +0,5+2)
EX 4	Espace-Thalès-réduction		_______	sur 3,5 (1+2,5 :0.5-1-1)
Qualité de la rédaction	....		_______	sur 1,5

Total GÉOMÉTRIE .... **sur 20**

Correction de l'Examen du 1er trimestre – 24 nov 2010 - 3ème

EX 1. Calcul numérique

3 pt

A) Les Relatifs - Les fractions – Calculer :

1°) **A** $= \frac{-1}{5} + \frac{3}{4} = \frac{-4}{20} + \frac{15}{20} = \frac{11}{20}$; **0,5 pt**

3°) **C** $= \frac{6 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-1}}{5 \times 10^4} = \frac{12 \times 10^2}{5 \times 10^4}$ **1,5 pt**

$= 2{,}4 \cdot 10^{-2}$ *(écriture scientifique)*

$= 0{,}024$ *(écriture décimale)*

2°) **B** $= \frac{\frac{2}{3}+1}{\frac{4}{5}-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{3}{10}} = \frac{5}{3} \times \frac{10}{3} = \frac{50}{9}$ **1 pt**

EX 2. Calcul numérique et littéral

A) Développer et réduire : **6,5 pt**

1°) $(2x + 3)(6 - x) = 12x - 2x^2 + 18 - 3x = -2x^2 + 9x + 18$ **1 pt**

2°) $(2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$ **1 pt**

3°) $(7 - 2y)^2 = 49 - 28y + 4y^2$ **1 pt**

4°) $(x + \frac{1}{3})(x - \frac{1}{3}) = x^2 - (\frac{1}{3})^2 = x^2 - \frac{1}{9}$ **1 pt**

5°) On donne $E = (2x - 1)^2 - (2x - 1)(x - 3)$.

Développer et réduire E. $E = [(2x)^2 + 1^2 - 2 \times 2x \times 1] - [2x^2 - 6x - 1x + 3]$

$= 4x^2 + 1 - 4x - 2x^2 + 6x + 1x - 3 = 2x^2 + 3x - 2$ **1,5 pt**

Calculer E pour x = 0 puis pour x = (-5)

pour x = 0 : $E = 2 \times 0 + 3 \times 0 - 2 = -2$ **0,5 pt**

pour x = -5 : $E = 2 \times (-5)^2 + 3 \times (-5) - 2 = 50 - 15 - 2 = 33$ **0,5 pt**

B) Equations : **2,5 pt**

1°) $5x + 7 = 1$ donc $5x = 1 - 7$; $5x = -6$; $x = -6/5 = -1{,}2$ **1 pt**

2°) $4x + 15 = -x + 37$ donc

$4x + 15 + x = -x + 37 + x$;

$5x + 15 = 37$;

$5x + 15 - 15 = 37 - 15$;

$5x = 22$;

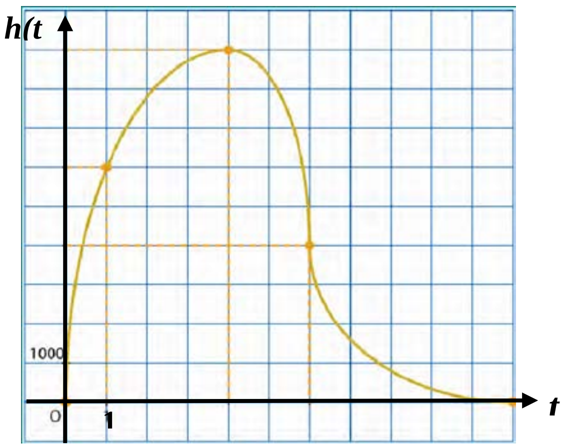
$x = 22/5$ ou $x = 4{,}4$ **1,5 pt**

EX 3. Fonctions

3 pt

Un avion décolle de Paris pour aller jusqu'à l'île de la Réunion. Le trajet dure 11 *h*.

On a représenté ci-contre la fonction *h* telle que *h*(*t*) est l'altitude *(en mètres)* de l'avion à l'instant *t (en heures).*



1- Détermine $h(0)$, $h(1)$, $h(4)$, $h(6)$ et $h(11)$. ***1 pt***

$h(0) = 0$; $h(1) = 6000$; $h(4) = 9000$; $h(11) = 0$

2- Détermine approximativement l'altitude de l'avion au bout de 3 heures de vol.

L'altitude est environ de **8700 mètres** ***0,5 pt***

3- Quelle a été l'altitude maximale de l'avion ?

Au bout de combien d'heures de vol l'altitude a été maximale ?

L'altitude maximale est de **9000 m** au bout de **4 h de vol** ***0,5 pt***

4- Détermine une valeur approchée des antécédents de 6 000 *m*.

6000 possède 2 antécédents **: 1 h** et environ **5h 50 min** ***0,5 pt***

A quoi correspondent-ils ?

Ils correspondent à l'heure à laquelle cette altitude de 6000 m est atteinte à la montée et la descente de l'avion. ***0,5 pt***

EX 4. Programme - Calcul littéral-Fonctions

4 pt

Soit le programme de calcul suivant :

- Je choisi un nombre x
- Je le multiplie par 3
- Je soustrais 5 au résultat
- J'élève au carré le nombre obtenu

1. Quel est le résultat du programme pour x = 2 ?

$2 \times 3 = 6$; $6 - 5 = 1$; $1^2 = 1$ ***1 pt***

2. Montrer que le résultat du programme, en fonction de x, est $9x^2 - 30x + 25$.

$[x \times 3 - 5]^2 = (3x - 5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$ ***1 pt***

3. Soit f , la fonction, définie par $f(x) = 9x^2 - 30x + 25$.

Calculer $f(0)$; $f(-3)$; $f(½)$;

$f(0) = 9 \times 0^2 - 30 \times 0 + 25 = 0 - 0 + 25 = 25$ ***0,5 pt***

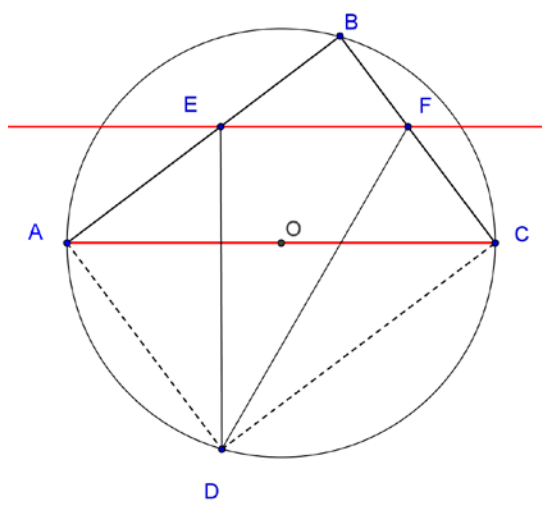
$f(-3) = 9 \times (-3)^2 - 30 \times (-3) + 25 = 81 + 90 + 25 = 196$ ***0,5 pt***

$f(½) = 9 \times (½)^2 - 30 \times (½) + 25 = \frac{9}{4} - 15 + 25 = \frac{9}{4} + 10 = \frac{9}{4} + \frac{40}{4} = \frac{49}{4}$ ou $12{,}25$ ***1 pt***

EX 1. PYTHAGORE – THALES

1°) Construire un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O, de diamètre [AC] = 80 mm. (figure complète ***1 pt)***

2°) Sur le cercle $(\mathcal{C})$ on place un point B tel que AB = 64 mm. Quelle est la nature du triangle ABC? Justifier.



__Propriété :__ Si on joint un point B d'un cercle aux extrémités d'un diamètre [AC] alors on obtient un triangle rectangle en B.

__Donc,__ ABC est un triangle rectangle en B ***1 pt***

3°) Montrer que la longueur du côté [BC] est égale à 48 mm.

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC, rectangle en B, on a :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$;

$80^2 = 64^2 + BC^2$;

$6400 - 4096 = BC^2$;

$2304 = BC^2$;

$BC = \sqrt{2304} = 48$ mm ***1 pt***

4°) Placer le point E du segment [AB] tel que AE = 36 mm.

Tracer la parallèle à la droite (AC) passant par E; elle coupe le segment [BC] en F.

Calculer EB, BF et EF.

EB = AB - AE = 64 – 36 = **28 *mm*** ***0,5 pt***

Pour calculer BF et EF on utilise le théorème de thalès dans le triangle ABC avec les parallèles (EF) et (AC).

$$\frac{BE}{BA}=\frac{BF}{BC}=\frac{EF}{AC}\ ;\ \frac{28}{64}=\frac{BF}{48}=\frac{EF}{80}\ ;$$

donc BF = $\frac{28\times 48}{64}$ = **21 mm** ***1 pt*** et EF = $\frac{28\times 80}{64}$ = **35 mm** ***1 pt***

5°) Construire D afin que le quadrilatère ABCD soit un rectangle. Calculer DE et DF.

Le triangle DEF est-il rectangle ?. ***2,5 pt***

Les triangles AED et CDF sont rectangles en A et C respectivement. On peut donc utiliser le théorème de pythagore donc chacun de ces triangles rectangles pour calculer les longueurs de leur hypothénuse DE et DF.

$DE^2 = DA^2 + AE^2$; $DE^2 = 48^2 + 36^2 = 2304 + 1296 = 3600$; DE = $\sqrt{3600} =$ **60 mm**

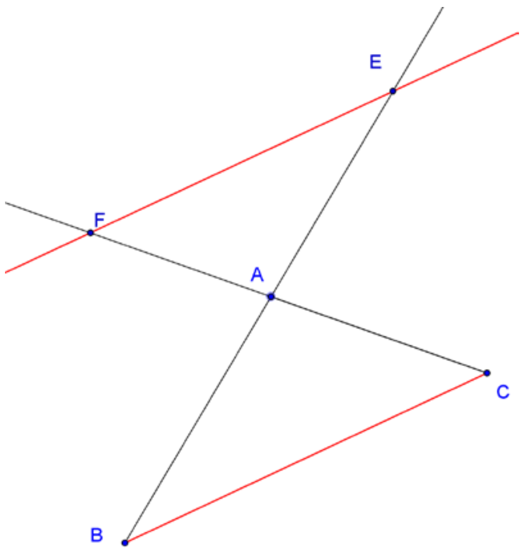
$DF^2 = DC^2 + CF^2$; $DF^2 = 64^2 + 27^2 = 4096 + 729 = 4825$; DE = $\sqrt{4825}$ *{FC = BC-BF = 48-21=27}*

Ainsi, $DF^2 = 4825$; $DE^2 + EF^2 = 3600+35^2 = 3600+1225 = 4825$.

D'après la réciproque de pythagore, comme $DF^2 = DE^2 + EF^2 = 4825$, le triangle DEFest rectangle en E.

EX 2. THALES

Tracer un triangle ABC tel que : AB = 6 cm AC = 4.8 cm et BC = 8.4cm
Sur la demi-droite [BA) placer le point E tel que BE = 11cm
Sur la demi-droite [CA) placer le point F tel que CF = 8.8cm



1. Calculer AE et AF.

AE = BE - BA = 11 - 6 = **5cm**

AF = CF - CA = 8,8 - 4,8 = **4cm** ***0,5 pt***

2. Démontrer que (EF) est parallèle à (BC).

Les droites (CF) et (BE) sont sécantes en A.

Les points B, A, E et C,A,F sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{AE}{AB}=\frac{5}{6}\ ;\ \frac{AF}{AC}=\frac{4}{4{,}8}=\frac{40}{48}=\frac{5}{6}$$

Comme $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{5}{6}$, d'après la réciproque de Thalès,

ceci prouve que les droites (EF) et (BC) sont parallèles. ***2 pt***

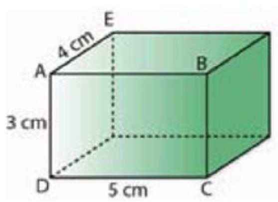
3. Calculer la longueur du segment [EF].

Comme les droites (EF) et (BC) sont parallèles *(2°),* on peut utiliser le théorème de thalès avec les sécantes (CF) et (BE) :

$\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{BC}=\frac{5}{6}$; donc $\frac{EF}{8{,}4}=\frac{5}{6}$ et EF = (5 x 8,4)/6 = **7 cm** ***1 pt***

EX 3. Espace

Soit un pavé droit ABCDEFGH tel que:
DC= 5cm ; AD= 3cm ; AE= 4cm



1- a) Calcule l'aire, en cm², de la face ABCD.

Aire(ABCD) = AD x DC = 5 x 3 = **15 cm²,** ***0,5 pt***

b) Calcule le volume, en cm³, du pavé.

Volume(Pavé droit) = DC x AD x AE = 5 x 3 x 4= **60 cm³,** ***0,5 pt***

Pauline veut construire un pavé dont les dimensions sont cinq fois plus grandes que celles représentées ci-dessus.

2- Quel est le coefficient d'agrandissement que Pauline va utiliser ?

Le coefficient d'agrandissement que Pauline va prendre est donc k = 5 **0,5 pt**

3- a) Déduis-en les dimensions, en cm, du pavé agrandi.

Si on appelle A'B'C'D'E'F'G'H' le pavé agrandi alors :
Les longueurs se multiplient par le coefficient k = 5.
A'D'= 3 x 5 = 15 cm ; A'E' = 4 x 5 = 20 cm ; D'C' = 5 x 5 = 25 cm ; **0,5 pt**

b) Déduis-en l'aire, en cm², de la face ABCD agrandie.

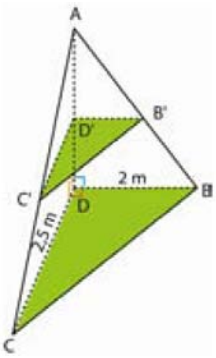
Aire(A'B'C'D') = k^2 x Aire(ABCD) = 5^2 x 15 = 25 x 15 = 375 cm² **0,75 pt**

c) Déduis-en le volume, en cm³, du pavé agrandi.

Volume(Pavé agrandi) = k^3 x Volume(Pavé droit) =

5^3 x 60 = 125 x 60 = 7500 cm³ **0,75 pt**

EX 4. Espace – Thalès – agrandissement/réduction



Sur la figure ci-contre, ABCD représente un meuble en verre qui a la forme d'une pyramide ayant pour base un triangle rectangle.
On a : AD = 3 m.
Le triangle BCD qui représente le bas du meuble est au niveau du sol.

1- Calcule, en m², l'aire du triangle rectangle BCD *{ BD = 2m ; DC = 2,5m }*

Aire(BCD) = $\dfrac{DB \times DC}{2} = \dfrac{2 \times 2{,}5}{2} = 2{,}5 \text{ m}^2$ **1 pt**

2- Marion veut construire une étagère B'C'D' située à 2 m du sol *(AD' = 1m)*.

a) Que peux-tu dire de l'étagère B'C'D' ?

L'étagère B'C'D' est une réduction du bas de meuble BCD. **0,5 pt**

b) Calcule le coefficient de réduction correspondant à la situation décrite dans ce problème.

Le coefficient de réduction est K = $\dfrac{\text{Une longueur de B'C'D'}}{\text{Une longueur de BCD}} = \dfrac{D'B'}{DB}$

D'après thalès, dans le triangle ADB avec les parallèles (DB) et 'D'B') on a $\dfrac{AD'}{AD} = \dfrac{D'B'}{DB}$;
soit $\dfrac{1}{3} = \dfrac{D'B'}{DB}$;

Le coefficient de réduction est donc égal à $\dfrac{1}{3}$ **1 pt**

c) Déduis-en l'aire, en m², au centième près, de l'étagère B'C'D'.

Aire(étagère) = $\left(\dfrac{1}{3}\right)^2$ x Aire(BCD) = $\dfrac{1}{9}$ x 2,5 ≈ **0,28 m²** ou 28 dm² **1 pt**